6.TP1 – Lois de Kepler

Notions travaillées :
- Mouvement des satellites et des planètes. Orbite.
- Lois de Kepler. Période de révolution.
- Satellite géostationnaire.

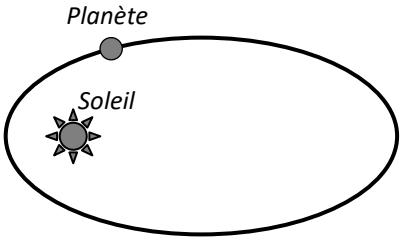
Matériel élève :
- Ordinateur avec connexion internet et tableur

I - Contexte historique

Johannes Kepler, astronome allemand, est né en 1571 et mort en 1630. Il est contemporain de Galilée et se situe entre Copernic et Newton.

Kepler a une mauvaise vue, il ne voulait et ne pouvait donc pas être astronome, car à cette époque l'astronomie consistait essentiellement en des mesures de positions des corps célestes à l'œil nu. Il s'est alors retrouvé professeur de mathématiques et se fait remarquer par Tycho Brahé, astronome Danois réputé pour la qualité et la précision de ses observations. Ce dernier est le 1er astronome à construire une carte du ciel de grande précision. Kepler devient le disciple de Tycho Brahé en 1594, à l'observatoire de Prague.

Le déclic intervient lorsque Tycho Brahé confie à Kepler l'étude de la trajectoire de Mars (étude qui posait de nombreux problèmes aux astronomes de l'époque). Kepler remarque que l'orbite de Mars n'est pas un cercle parfait mais plutôt une ellipse. Ses observations le conduisent à énoncer trois lois :



- Loi des orbites : l'orbite d'une planète est une ellipse dont le soleil occupe un des foyers.

- Loi des aires : le rayon vecteur qui relie la planète au soleil balaie des aires égales en des temps égaux.

- Loi des périodes : le rapport du cube du demi-grand axe de l'orbite de la planète sur le carré de la période de révolution est une constante qui est la même quelle que soit la planète considérée.

Les lois de Kepler peuvent être formulées de façon similaire pour les satellites autour de la Terre.
C'est ce que nous allons étudier dans le TP qui suit.

Données :
- Constante universelle de gravitation : $G = 6{,}67\times10^{-11}\ m^3\cdot kg^{-1}\cdot s^{-2}$.
- Rayon de la Terre : *6 471 km*.
- Jour solaire : *86 400 s*. Jour sidéral : *86 164 s*.

II - Première loi de Kepler (loi des orbites) appliquée aux satellites terrestres

1 - Formulation

✎ Reformuler la première loi de Kepler pour un satellite autour de la Terre.

✎ Reprendre le schéma de l'introduction en l'adaptant au mouvement d'un satellite autour de la Terre.

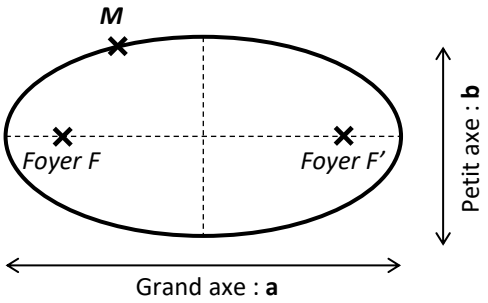
2 - Qu'est-ce qu'une ellipse

- ***En mathématiques*** *:*

*- L'ellipse se caractérise par deux **foyers** F et F' ainsi qu'un grand axe noté **a** et un petit axe noté **b** (voir schéma ci-contre).*

- Une propriété remarquable de l'ellipse est que, quel que soit le point M appartenant à cette ellipse, la distance FM+MF' est constante (voir schéma ci-contre).

- Remarque : le cercle est une ellipse particulière avec F et F' confondus avec le centre du cercle et a = b = rayon du cercle.



- ***En physique*** *:*

On définit également deux points particuliers :

*- l'**apogée** : point de l'ellipse où le satellite est le plus éloigné du centre de la Terre ;*

*- le **périgée** : point de l'ellipse où le satellite est le plus proche du centre de la Terre.*

*Remarque : lorsque l'on parle du mouvement d'une planète autour du Soleil, l'apogée est appelé **aphélie**, et le périgée **périhélie**.*

✎ Placer l'apogée et le périgée sur le schéma du 1).

3 - Trajectoires de quelques satellites artificiels

Ouvrir la page : `stuffin.space/`
Visualiser les trajectoires de quelques satellites.

La première loi de Kepler vous semble-t-elle vérifiée ?

A l'aide d'un tableur, construire et compléter un tableau sur le modèle donné ci-dessous, avec les données de cinq satellites.

Nom	Périgée en km, par rapport au sol	Apogée en km, par rapport au sol	Période

En vous aidant des schémas, donner la relation entre l'apogée, le périgée et le grand axe.

Ajouter une colonne à droite et entrer les formules pour calculer les valeurs des demi grands axes (Attention : dans l'animation, l'apogée et le périgée sont données par rapport à la surface de la Terre, et non par rapport au centre de la Terre, il faut donc tenir compte du rayon de la Terre).

III - Deuxième loi de Kepler (loi des aires) appliquée aux satellites terrestres

1 - Formulation

Reformuler la deuxième loi de Kepler pour un satellite autour de la Terre.

2 - Visualisation sur une animation

Lancer l'animation : `physique.ostralo.net/kepler/`

3 - Exploitation

En quel point de la trajectoire la vitesse vous semble-t-elle la plus grande ? La plus petite ?

Justifier ces deux observations à l'aide de la deuxième loi de Kepler.

IV - Troisième loi (loi des périodes) appliquée aux satellites terrestres

1 - Formulation

Reformuler la troisième loi de Kepler pour un satellite autour de la Terre.

2 - Exploitation

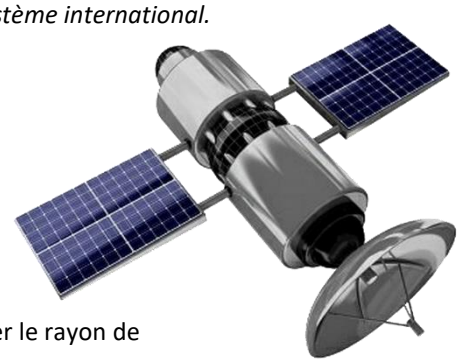
Dans le tableur, ajouter quelques colonnes au tableau et montrer que la troisième loi de Kepler est vérifiée pour les satellites choisis.

Imprimer votre travail pour l'ajouter à votre compte rendu.

3 - Masse de la Terre

Les lois de la physique permettent de montrer, avec une bonne approximation (entre autres si la masse du satellite est négligeable devant la masse de la Terre), que $\frac{a^3}{T^2} = \frac{G \cdot M_{Terre}}{4\,\pi^2}$ *, avec les unités du système international.*

À partir des données de votre tableau, estimer la masse de la Terre.



4 - Satellites géostationnaires

a - Définition

Qu'est-ce qu'un satellite géostationnaire ?

b - Calcul de l'altitude

Quelle doit être la valeur de la période d'un satellite géostationnaire ?

En admettant la valeur de la constante $\frac{a^3}{T^2}$ trouvée précédemment, calculer le rayon de l'orbite des satellites géostationnaires. En déduire l'altitude des satellites géostationnaires.

c - Vérification avec la simulation

Repérer les satellites géostationnaires sur la page : http://stuffin.space/ (ils sont nombreux et tous à la même altitude).

Les données de l'animation sont-elles cohérentes avec les calculs précédents ?